SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

SEMESTRAL

UNI





Álgebra

Tema: Gráfica de funciones III

Docente: Phflucker H. Coz

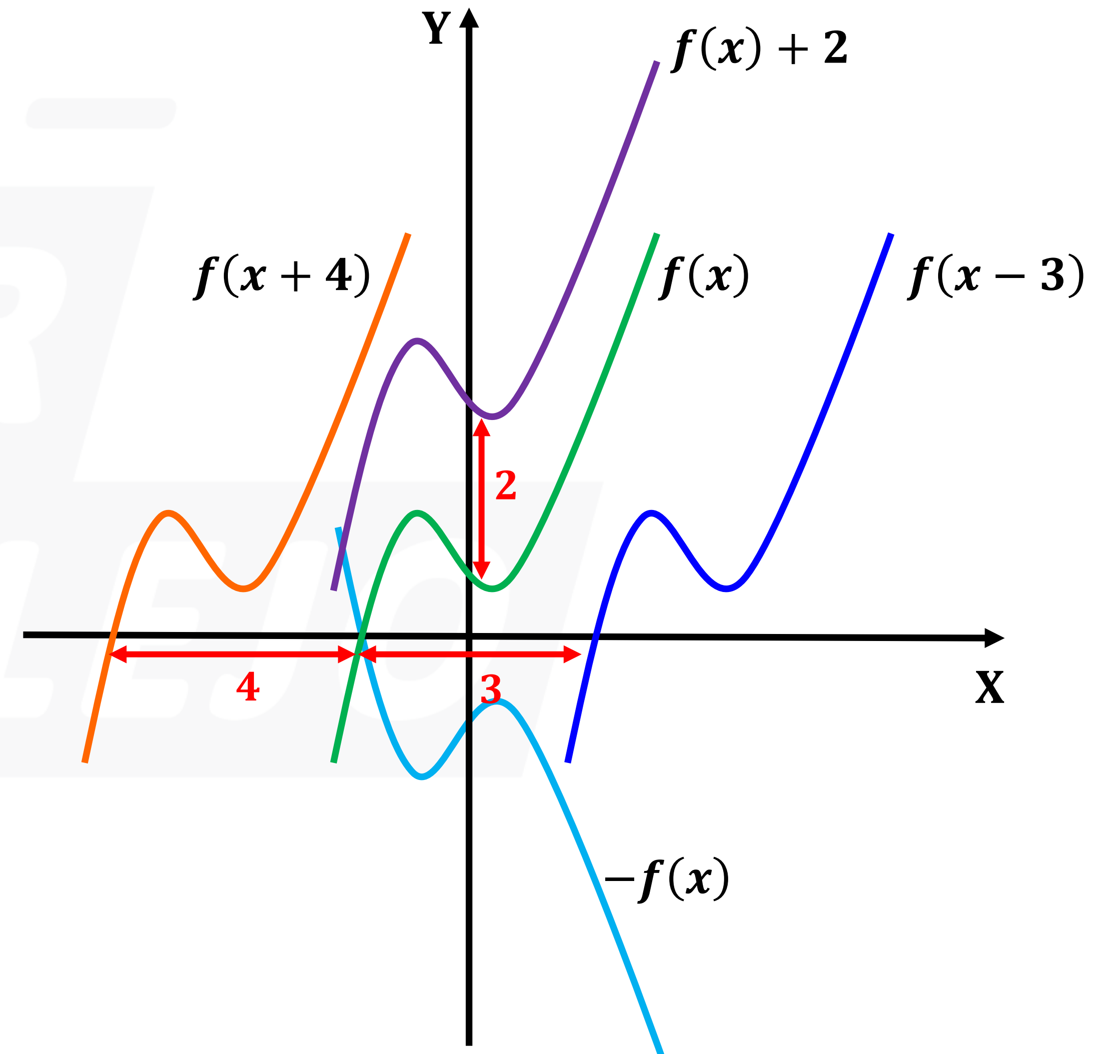
academiacesarvallejo.edu.pe

PROPIEDADES DE GRÁFICAS

Podemos generar gráficos de funciones más complejas en base a las funciones notables estudiadas aplicando operaciones a **x, $f(x)$ o ambas.**

Principales propiedades	
$f(x \pm h)$	$f(x) \pm k$
$f(-x)$	$-f(x)$
$\lvert f(x) \rvert$	$f(\lvert x \rvert)$

Ejemplos



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

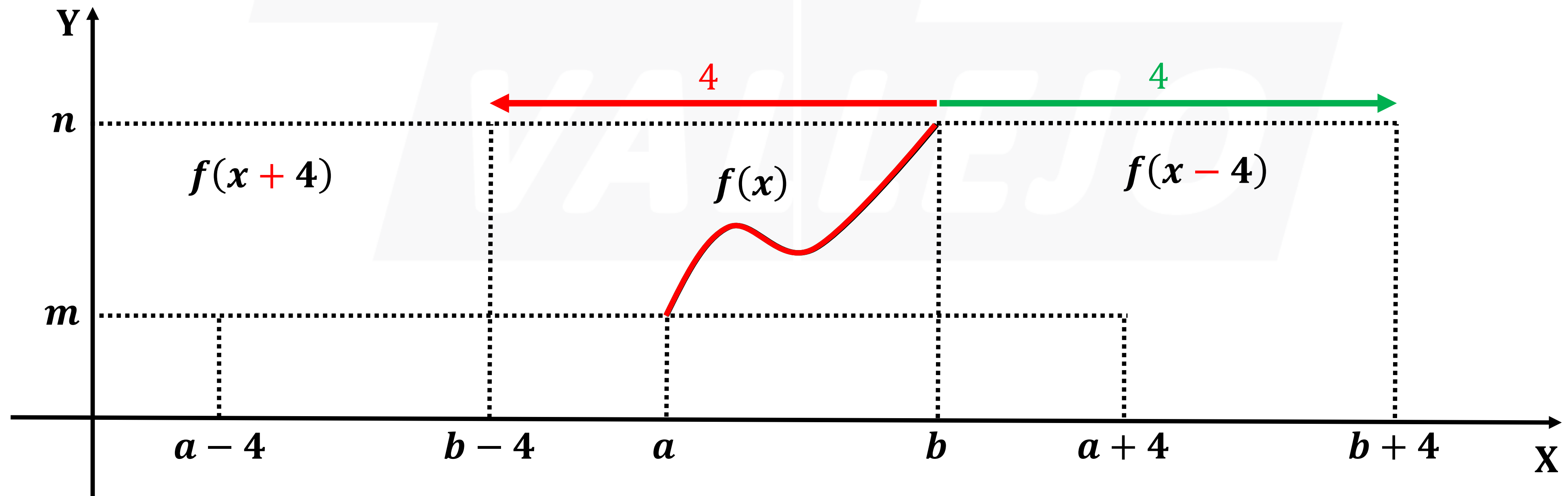
DESPLAZAMIENTO HORIZONTAL

$f(x \pm h)$; h>0

- Para graficar $f(x+h)$, se desplaza la gráfica de $f(x)$, h unidades HACIA LA IZQUIERDA.
- Para graficar $f(x-h)$, se desplaza la gráfica de $f(x)$, h unidades HACIA LA DERECHA.

Ejemplo

Del gráfico de $f(x)$ consiga los gráficos de $f(x+4)$ y $f(x-4)$.



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

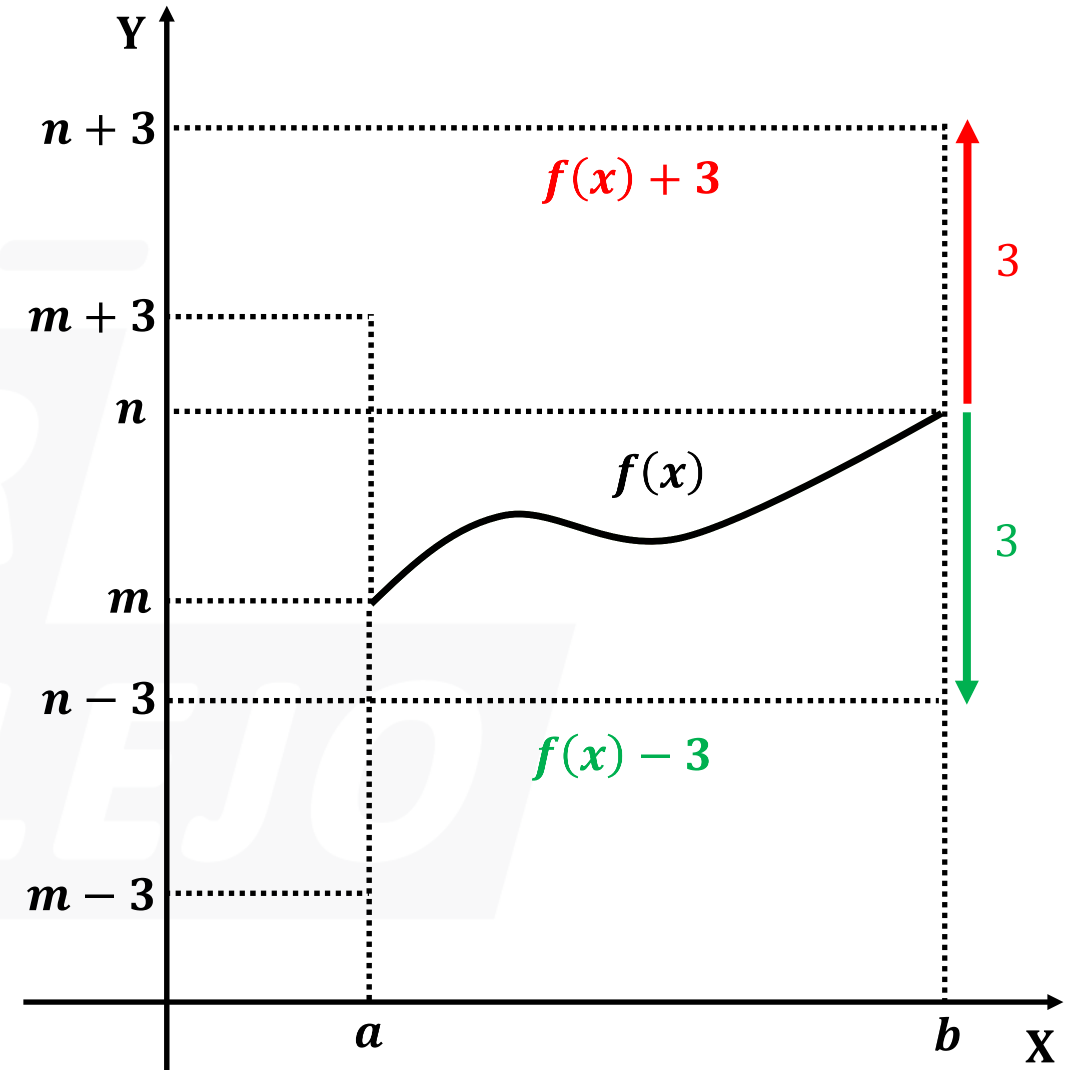
DESPLAZAMIENTO VERTICAL

$f(x) \pm k$ $\quad k > 0$

- Para graficar $f(x)+k$, se desplaza la gráfica de $f(x)$ k unidades HACIA ARRIBA.
- Para graficar $f(x)-k$, se desplaza la gráfica de $f(x)$ k unidades HACIA ABAJO.

Ejemplo

Del gráfico de $f(x)$ obtendremos los gráficos de $f(x)+3$ y $f(x)-3$.



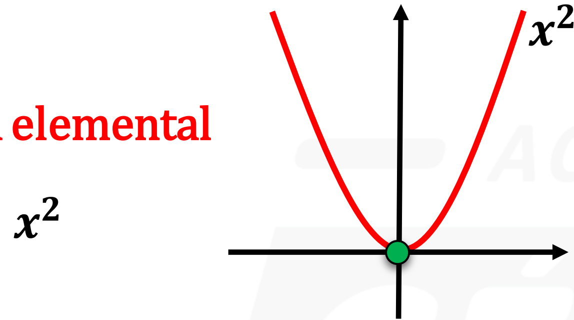
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Ejercicios

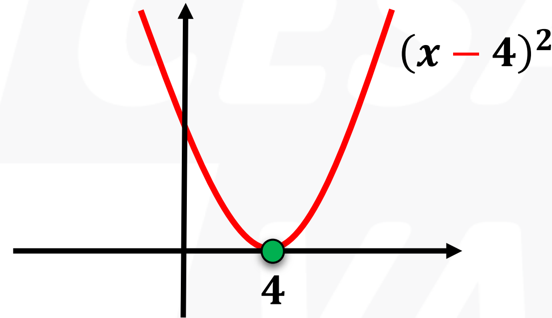
Grafique $f(x) = (x-4)^2 - 2$

1. Gráfica elemental

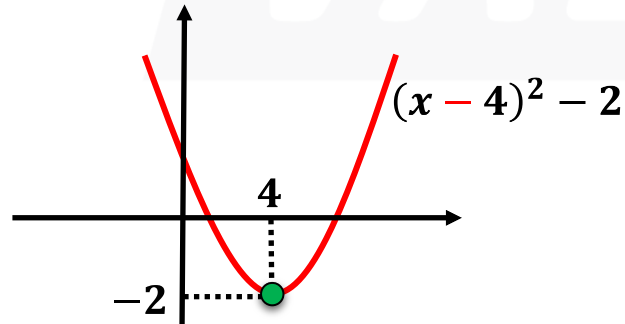
x^2



2. $(x-4)^2$



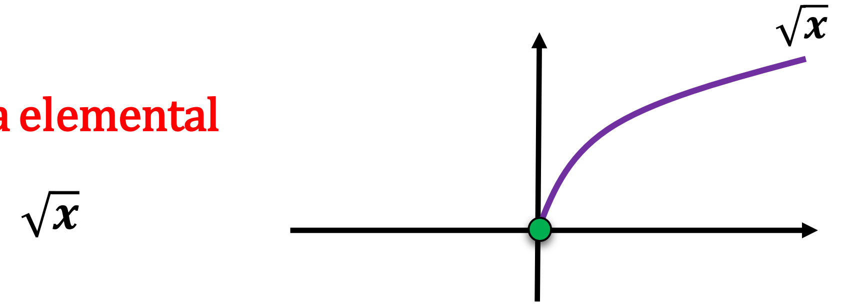
3. $(x-4)^2-2$



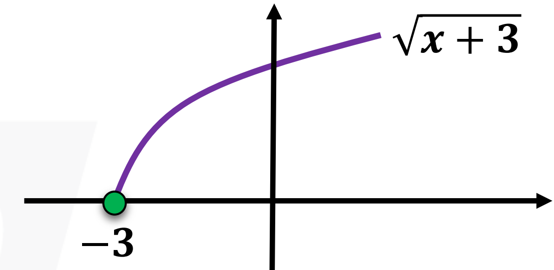
Grafique $g(x) = \sqrt{x+3} + 1$

1. Gráfica elemental

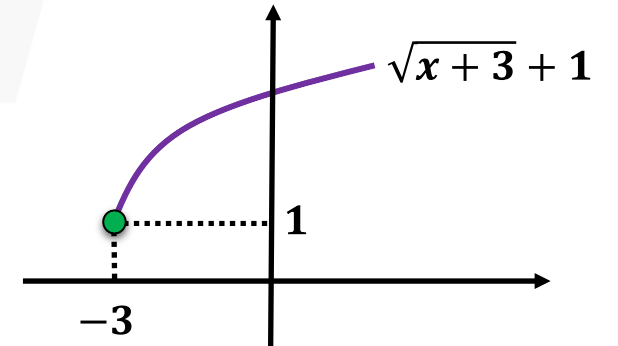
$\sqrt{x}$



2. $\sqrt{x+3}$



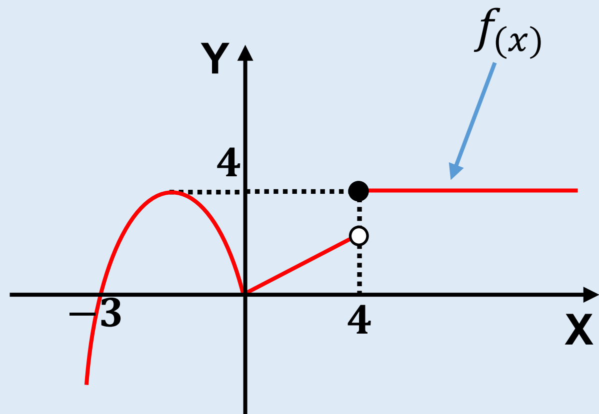
3. $\sqrt{x+3}+1$



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

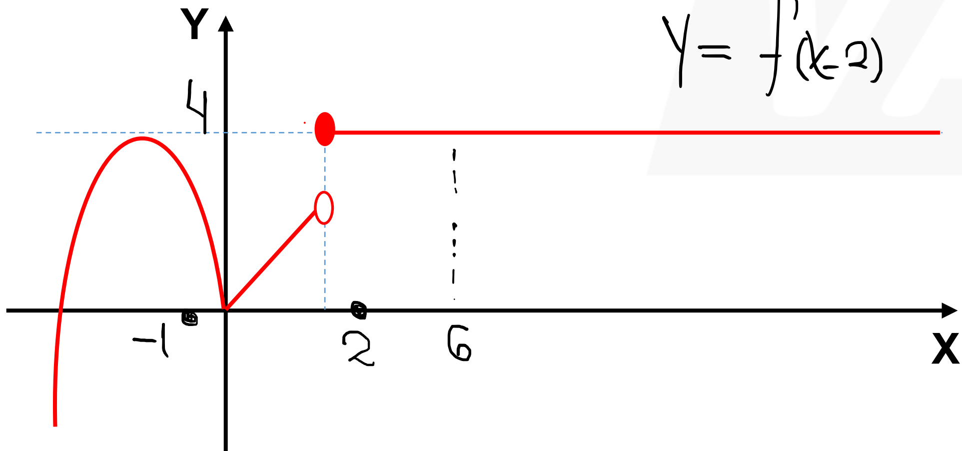
Aplicación

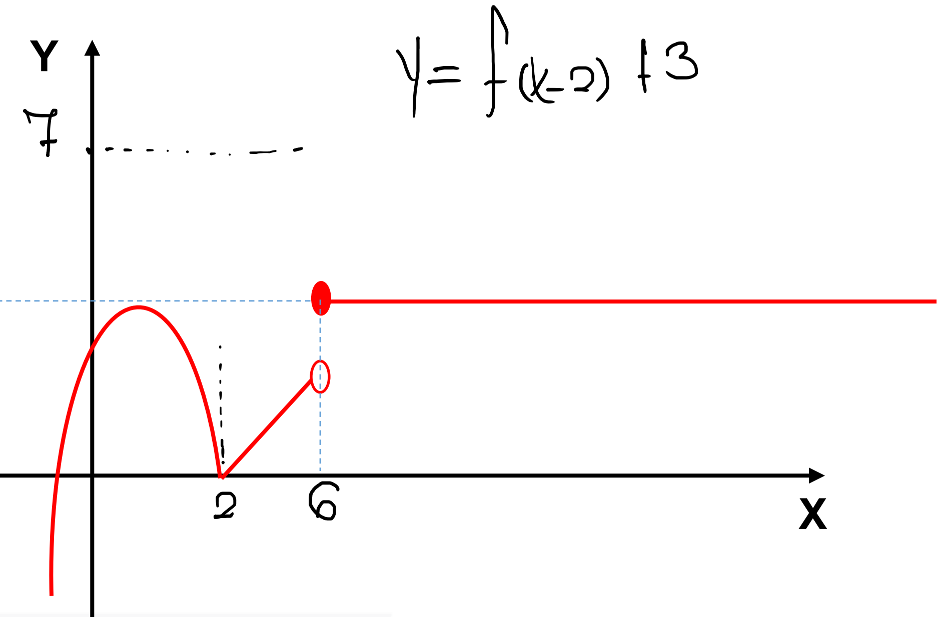
Sea la gráfica de la función f

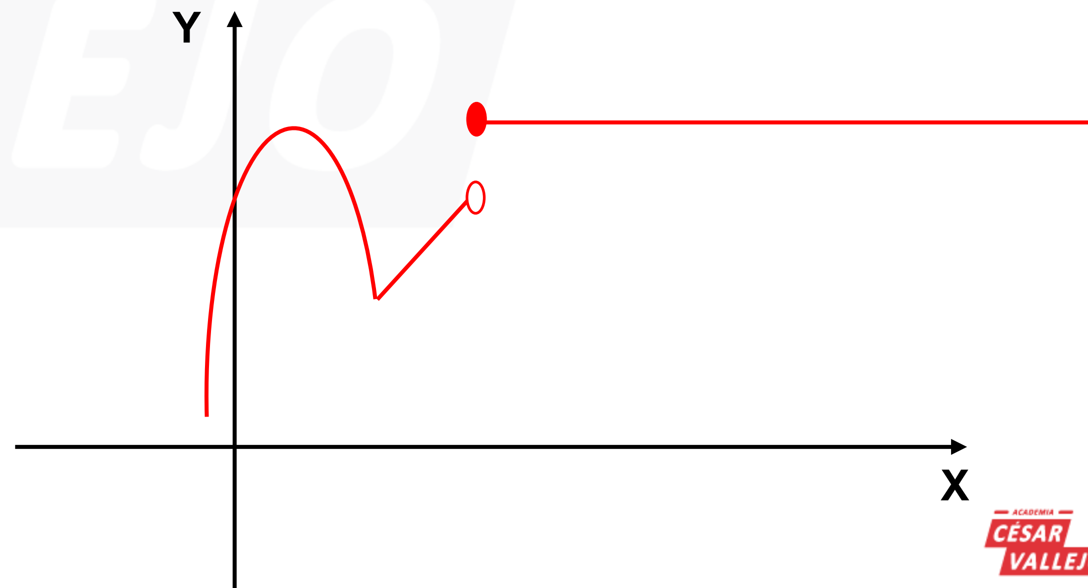


Grafique $f_{(x-2)} + 3$

Resolución







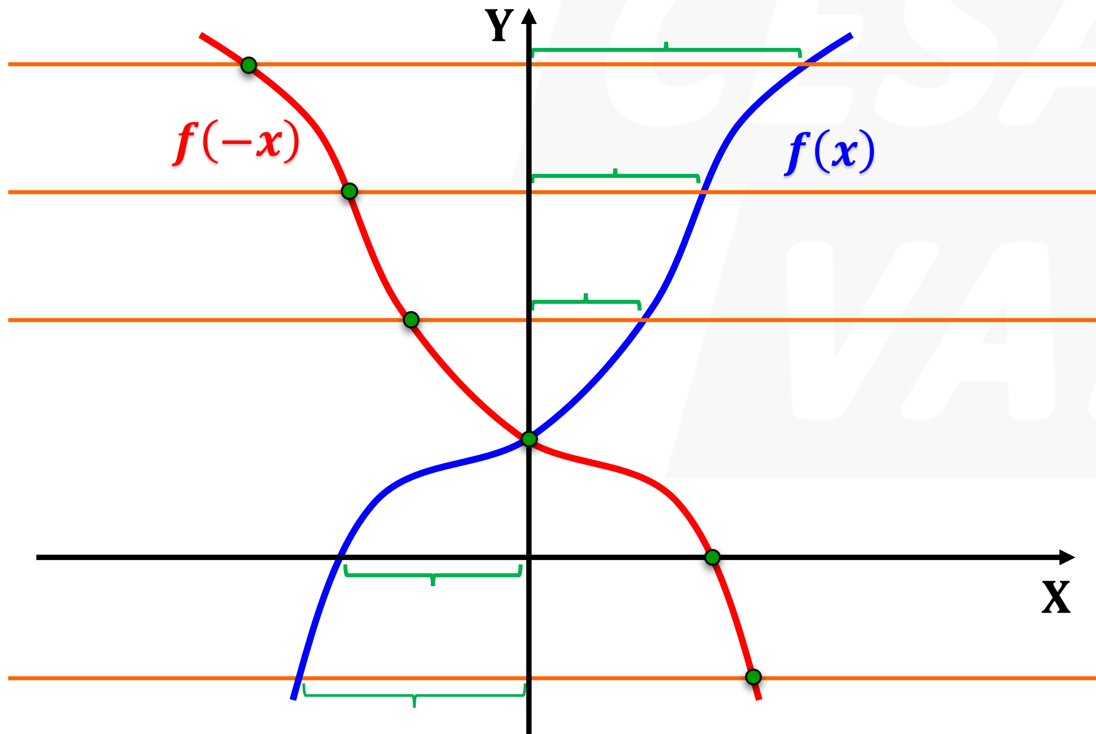
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

REFLEXIÓN CON RESPECTO AL EJE Y

$f(-x)$

Para graficar $f(-x)$, se refleja la gráfica de $f(x)$ sobre el eje Y.

Procedimiento

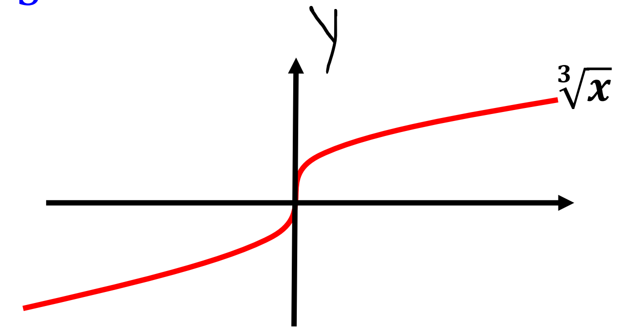


Ejemplo

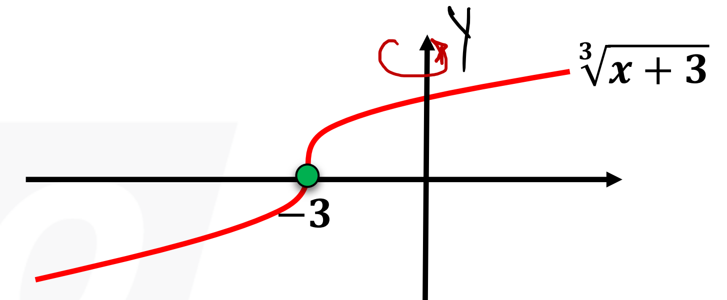
Grafique $f(x) = \sqrt[3]{-x+3}$

1. Gráfica elemental

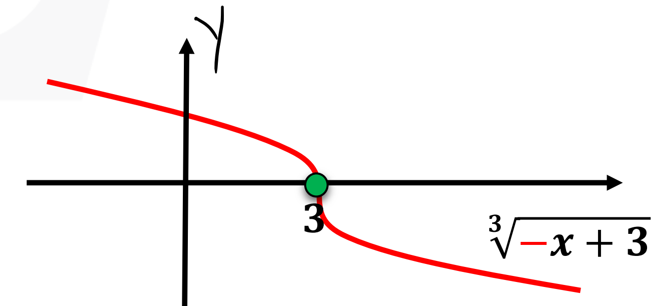
$\sqrt[3]{x}$



2. $\sqrt[3]{x+3}$



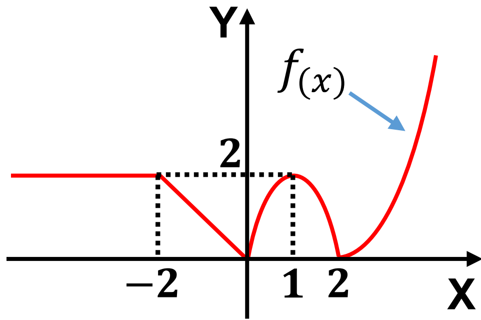
3. $\sqrt[3]{-x+3}$



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Aplicación

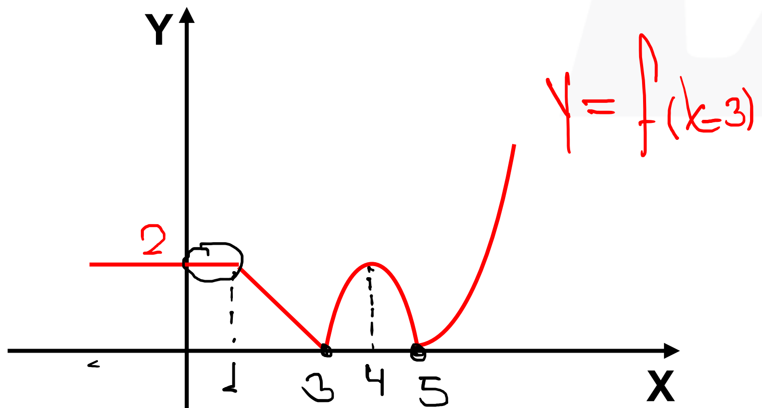
Sea la gráfica de la función f

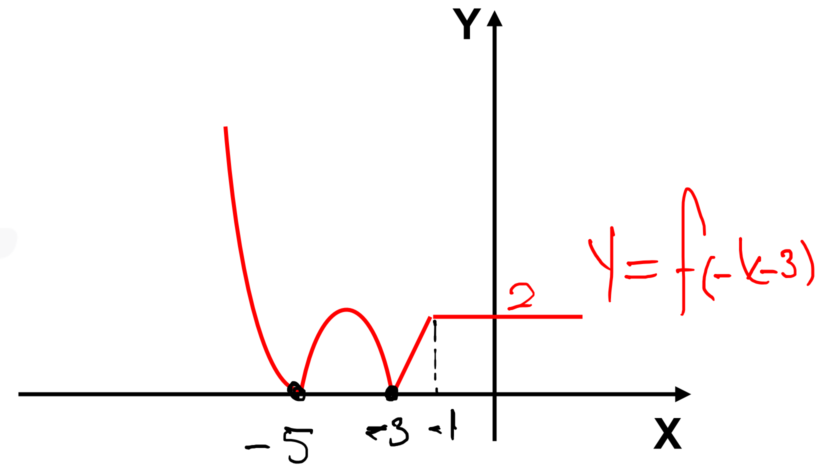


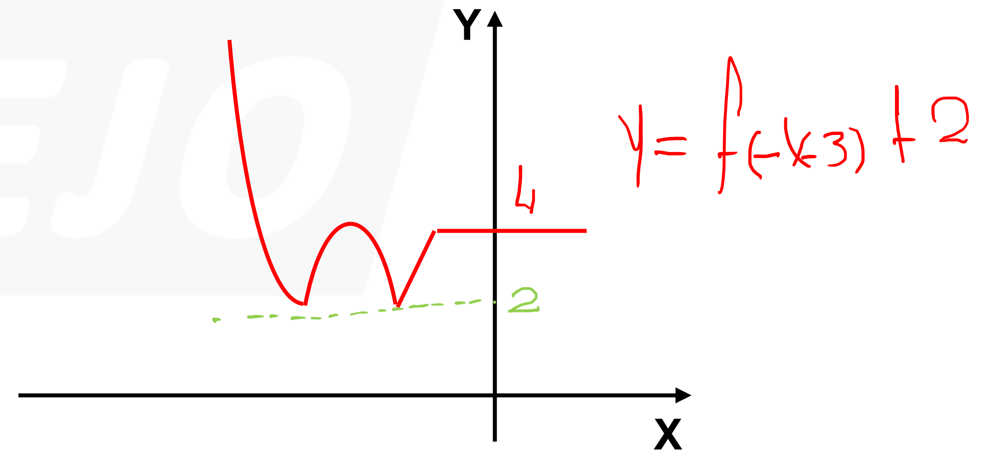
Grafique $f_{(-3-x)} + 2$ = $f(-x-3) + 2$

Resolución

$f(x-3)$







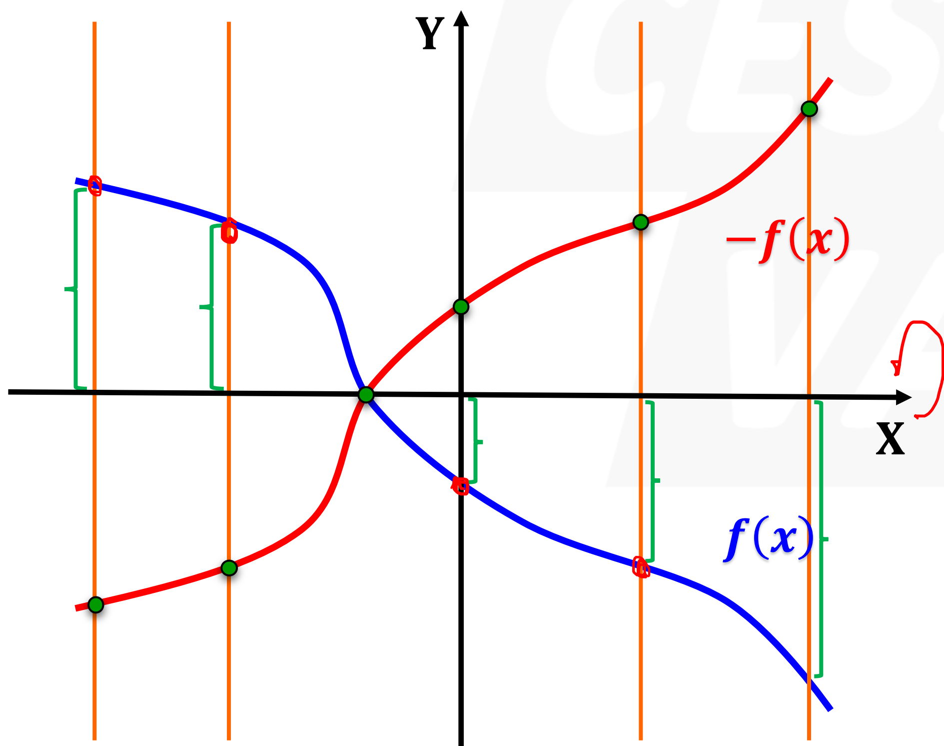
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

REFLEXIÓN CON RESPECTO AL EJE X

$-f(x)$

Para graficar $-f(x)$, se refleja la gráfica de $f(x)$ sobre el eje X.

Procedimiento

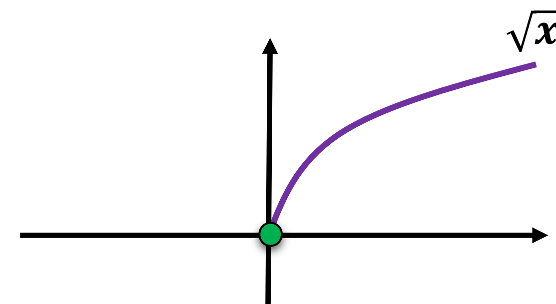


Ejemplo

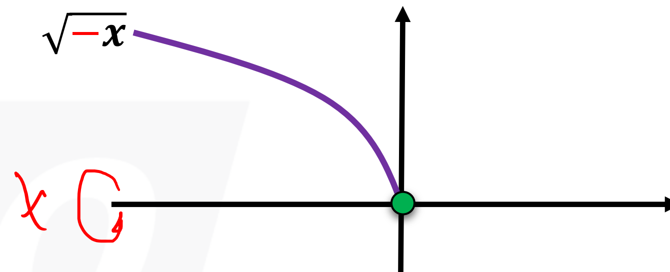
Grafique $f(x) = -\sqrt{-x}$

1. Gráfica elemental

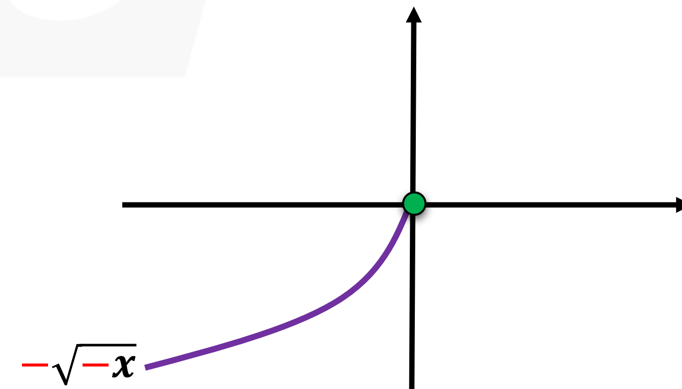
$\sqrt{x}$



2. $\sqrt{-x}$



3. $-\sqrt{-x}$



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

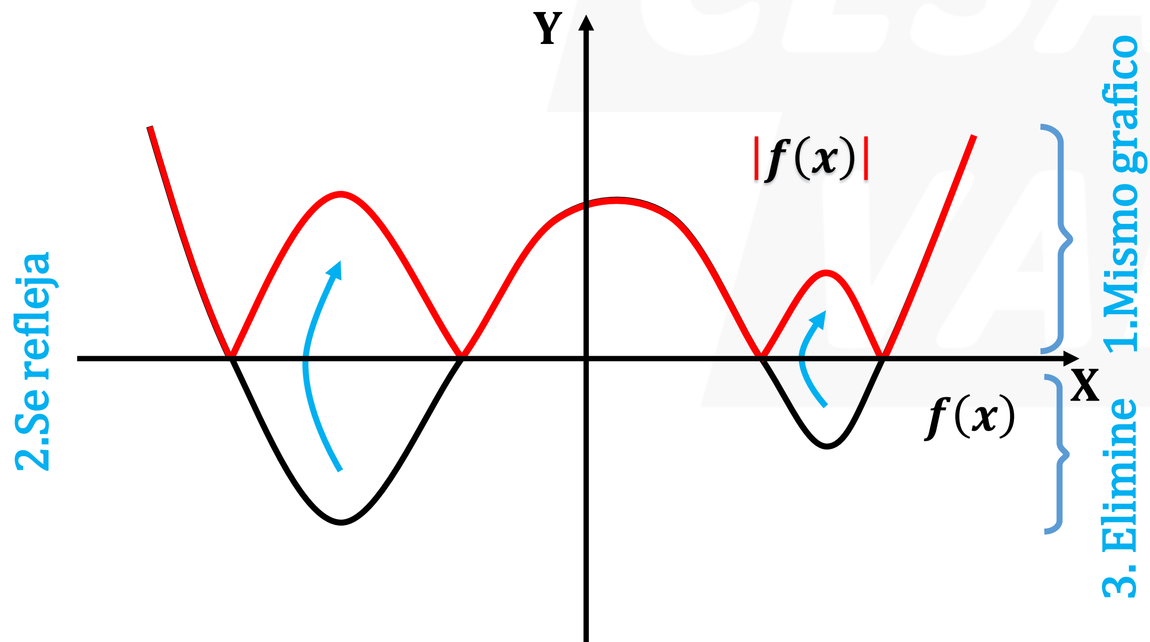
VALOR ABSOLUTO A $f(x)$

$|f(x)|$

La gráfica que esta sobre el eje X, se mantiene.

Se refleja respecto al eje X la parte de la gráfica que esta debajo del eje X.

Procedimiento

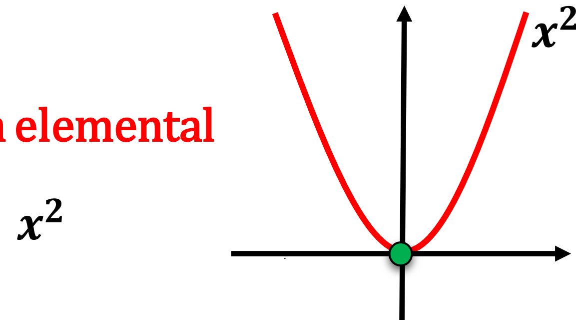


Ejercicio

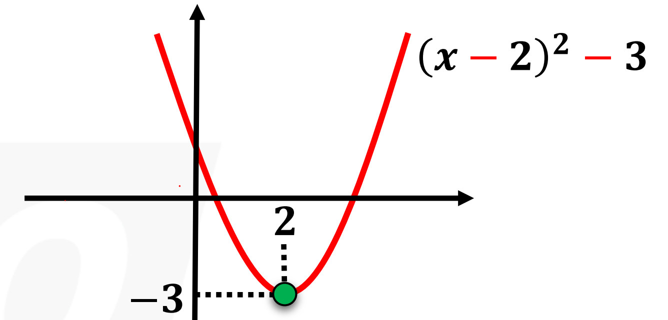
Grafique $f(x) = |(x-2)^2 - 3|$

1. Gráfica elemental

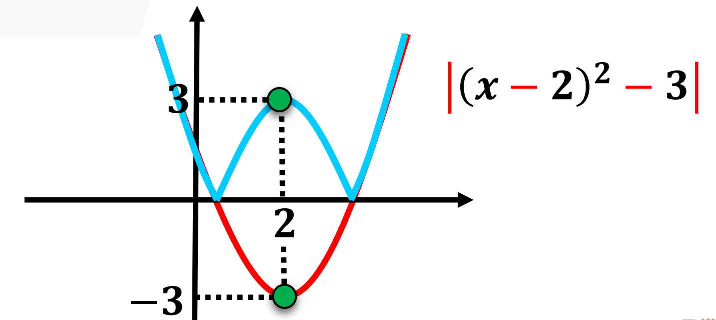
x^2



2. $(x-2)^2 - 3$



3. $|(x-2)^2 - 3|$



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

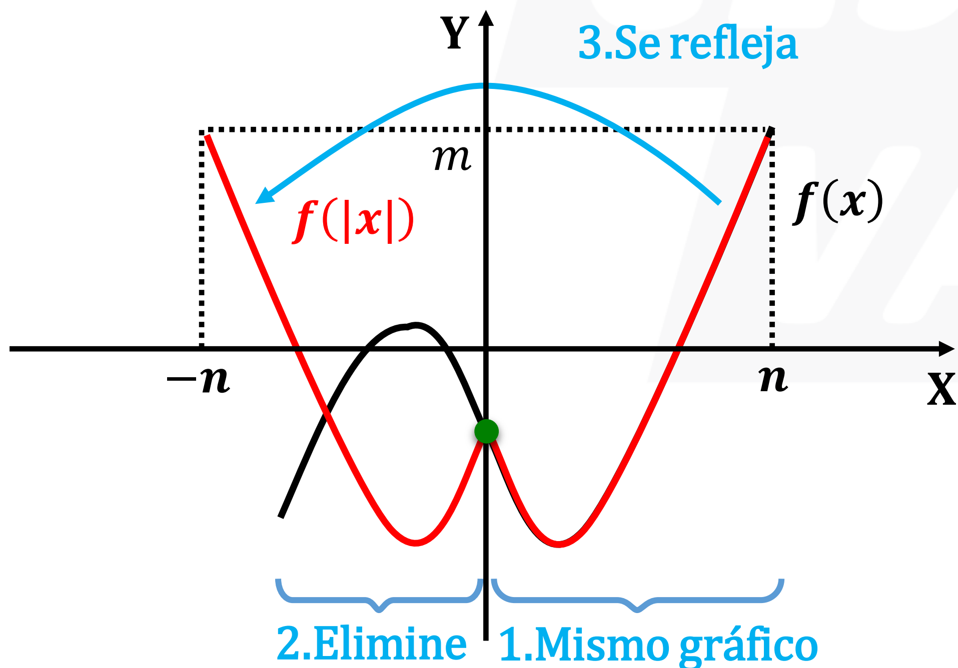
VALOR ABSOLUTO A "x"

$f(|x|)$

Para $x \geq 0$: se mantiene el gráfico de $f(x)$.

Para $x < 0$: se refleja el gráfico del caso anterior respecto al eje Y.

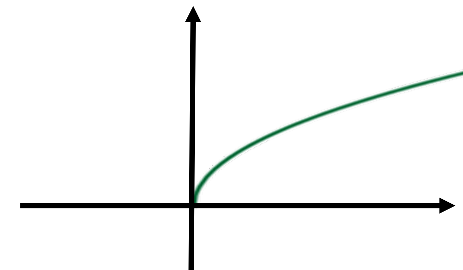
Procedimiento



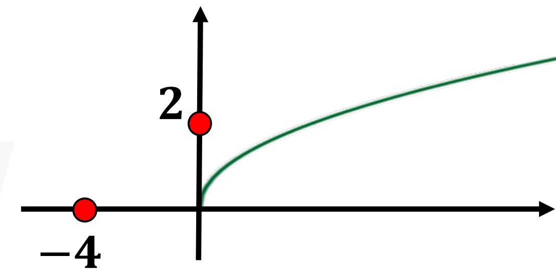
Grafique $f(x) = \sqrt{|x| + 4}$

1. Gráfica elemental

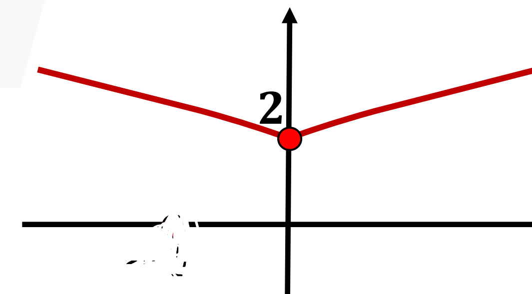
$\sqrt{x}$



2. $\sqrt{x+4}$



3. $\sqrt{|x|+4}$

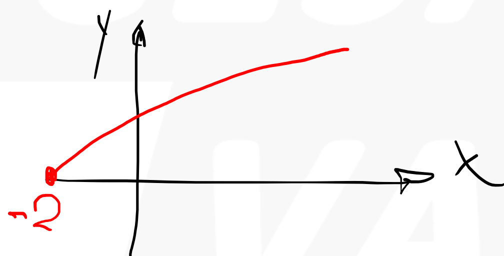


ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

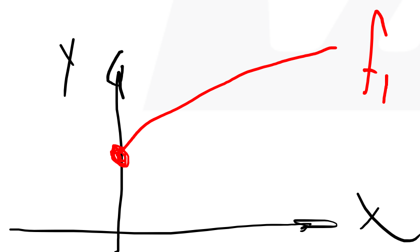
Ejercicio $f(x) = \sqrt{|x|+2}$

Resol $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+2} & ; x \geq 0 \\ \sqrt{-x+2} & ; x < 0 \end{cases}$

i) $f_1(x) = \sqrt{x+2}$



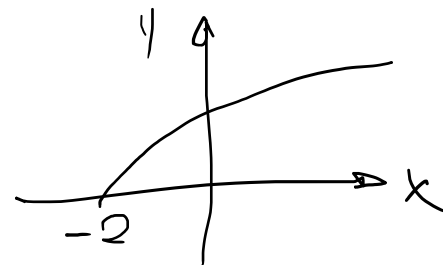
ojo $x \geq 0$



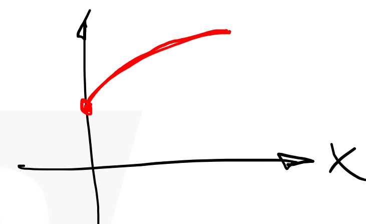
Continua

Ejercicio $f(x) = \sqrt{|x|+2}$

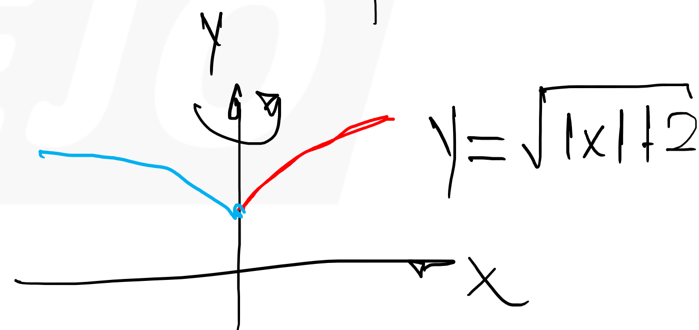
Solo se gráfica con $x \geq 0$: $f(x) = \sqrt{x+2}$



Como $x \geq 0$



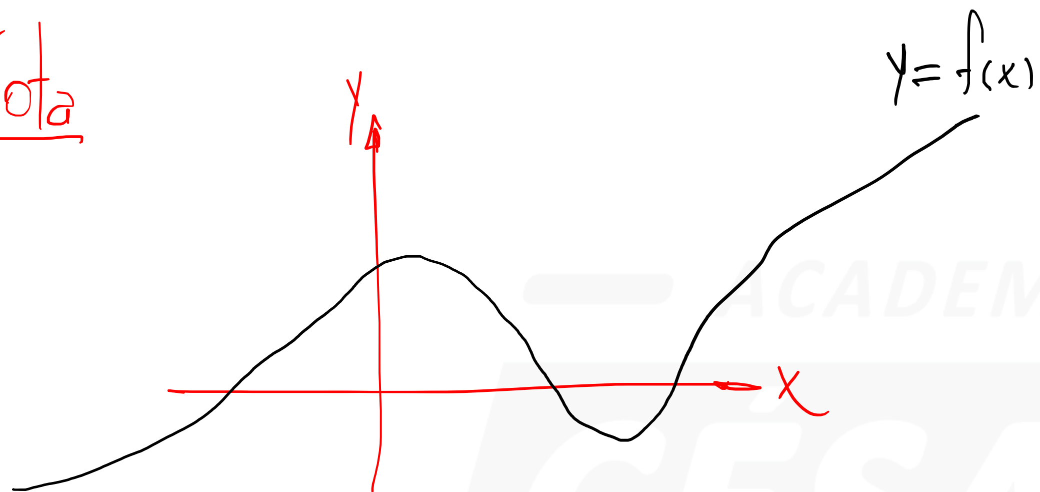
Luego



$y = \sqrt{|x|+2}$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

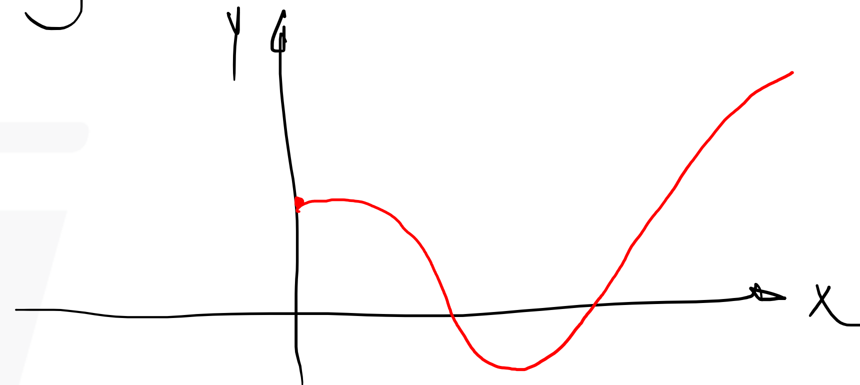
Nota



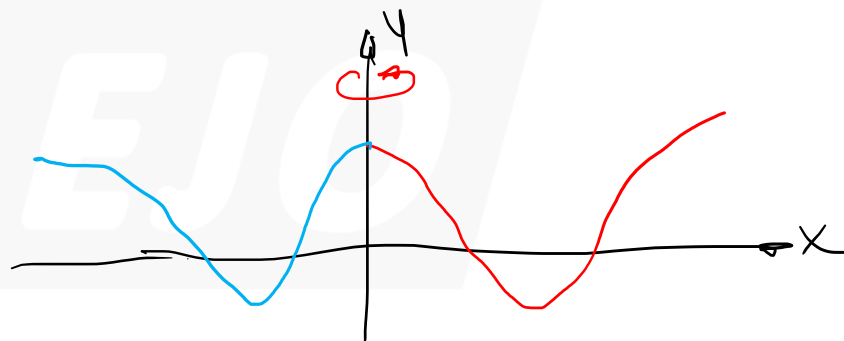
Grafique $y = f(|x|)$

Como lo pedido es par, solo se grafica cuando ($x \geq 0$ ó $x \leq 0$)

Escogemos $x \geq 0$



Luego



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

FUNCIÓN PAR

Diremos que la función f es par si $\forall x; -x \in \text{Dom}f$

se cumple: $\boldsymbol{f(x) = f(-x)}$

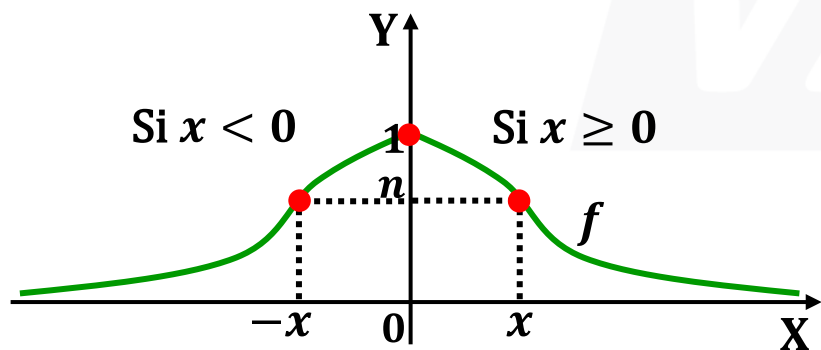
Propiedad

La gráfica de una función par es **SIMÉTRICA** al eje Y.

Ejemplo

$$f_{(x)} = \frac{1}{x^2+1}$$

Donde $\boldsymbol{f_{(x)} = f_{(-x)}}$

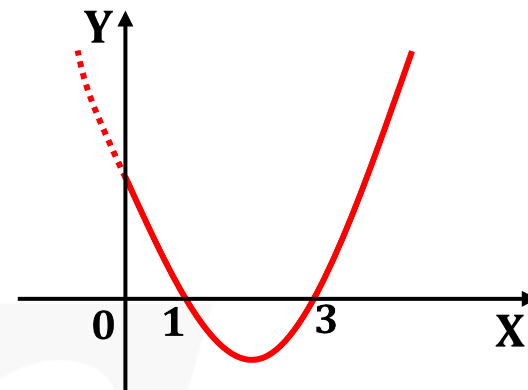


Ejercicio

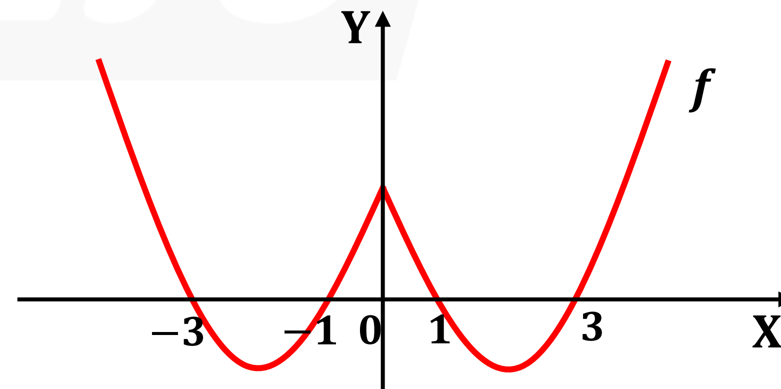
Grafique la función $f_{(x)} = (|x|-1)(|x|-3)$.

La función f es par, porque $\boldsymbol{f(x) = f(-x)}$

Graficamos $x \geq 0$ $\quad f_{(x)} = (x-1)(x-3)$



La gráfica es **SIMÉTRICA** al eje Y.



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

FUNCIÓN IMPAR

Diremos que la función f es par si $\forall x; -x \in \text{Dom}f$

se cumple: $\boldsymbol{f(-x) = -f(x)}$

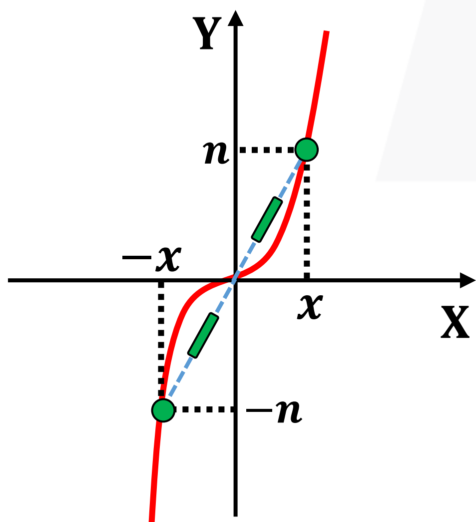
Propiedad

La gráfica de una función impar es **SIMÉTRICA** respecto al **ORIGEN DE COORDENADAS**.

Ejemplo

$f(x) = x^3$

$f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$ f si es **IMPAR.**



Teoremas

1) **La suma de dos funciones pares es par.**

Ejemplo

$f(x) = x^2$ y $g(x) = x^4$ son funciones pares

⇨ $f(x) + g(x) = x^2 + x^4$ es una función par

También se cumple:

2) **La suma de dos funciones impares es impar.**

3) **El producto de dos funciones pares es par.**

4) **El producto de dos funciones impares es par.**

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Igualdad de funciones

Definición

Consideremos las funciones f y g bien definidas, luego se define:

$$f = g \leftrightarrow Domf = Domg \ \wedge \ f(x) = g(x)$$

∀ x Dominio : imágenes iguales

Aplicación

Las funciones:

$f(x) = xsgn(x)\ ;\ x \in \mathbb{R}$

$g(x) = \sqrt{x^2} = |x|$

¿f y g son iguales?

Resolución

$D_f = \mathbb{R}$; $D_g = \mathbb{R}$

$x > 0$: $f(x) = x\,sgn(+) \Rightarrow f(x) = x$

$g(x) = |x| \Rightarrow g(x) = x$

$x = 0$: $f(x) = x\,sgn(0) \Rightarrow f(x) = 0$

$g(x) = |x| \Rightarrow g(x) = 0$

$x < 0$: $f(x) = x\,sgn(-) \Rightarrow f(x) = -x$

$g(x) = |x| \Rightarrow g(x) = -x$

$\therefore f = g$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Obs

$f_{(x)} = x^5$; $x = -1; 0; 1$

$g_{(x)} = x^3$; $x = -1; 0; 1$

* $D_f = D_g$ ✓

* $f_{(-1)} = -1$
$g_{(-1)} = -1$

$f_{(0)} = 0$
$g_{(0)} = 0$

$f_{(1)} = 1$
$g_{(1)} = 1$

∴ $f = g$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA

CÉSAR VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe